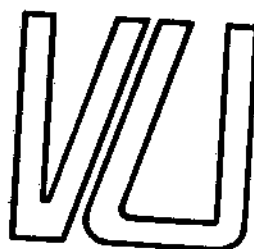


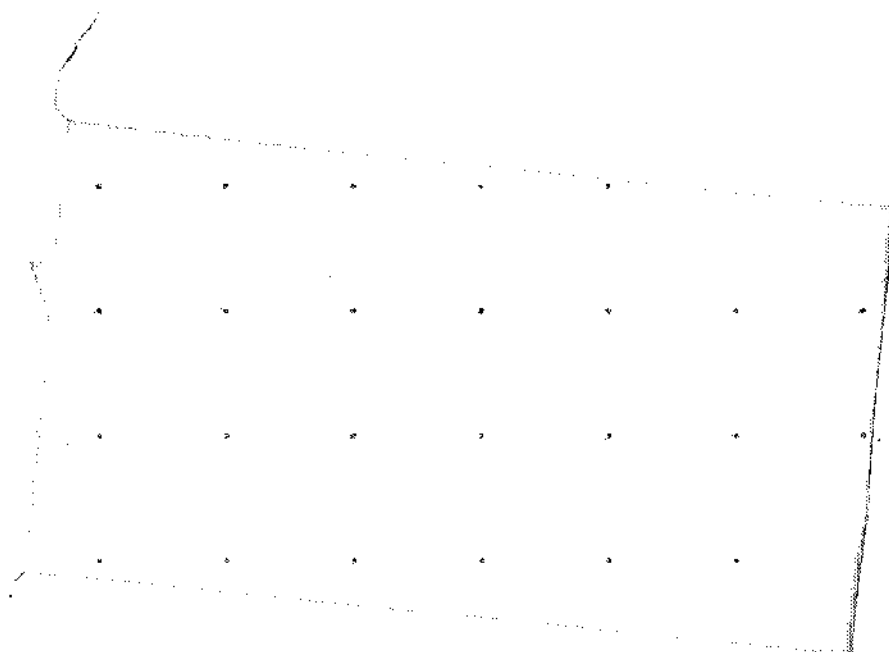
05348

1983
004

SERIE RESEARCHMEMORANDA



VRIJE UNIVERSITEIT
EKONOMISCHE FAKULTEIT
AMSTERDAM



DE METHODE VAN HET INTERNE RENDEMENT
BIJ INVESTERINGSSELECTIE

G. Rietkerk

Researchmemorandum 1983-4

febr. 1983



VOORWOORD

Het interne rendement van een investeringsproject is een grootheid om de rentabiliteit van een project uit te drukken. Evenals de contante waarde methoden is het een disconteringsmethode.

Aan de interne rendementmethode liggen specifieke vooronderstellingen ten grondslag.

In dit researchmemorandum wordt na de bespreking van de definitie en de verschillende calculatiewijzen van het interne rendement uitvoerig ingegaan op de beperkingen van de ir-methode, die voortvloeien uit de vooronderstellingen. De consequenties van deze vooronderstellingen worden in de literatuur niet systematisch behandeld. Wij hopen hierin te hebben voorzien.

Vervolgens wordt ingegaan op aangepaste selectiemethoden voor situaties, waarin afwijkingen van de vooronderstellingen optreden.

Tenslotte wordt aandacht besteed aan de betekenis van het interne rendement bij resp. 'simple' en 'nonsimple' projecten, waarbij de laatste categorie wordt opgesplitst in zuivere en gemengde investeringen.

G. Rietkerk

	<u>blz.</u>
1. Inleiding	3
2. Definitie en calculatie interne rendement	4
3. Rangorde van projecten	8
4.1 Vooronderstellingen van de methode	10
4.2 Afwijking van de vooronderstelling $r = i$	12
5. Vergelijking van projecten met ongelijke investeringsbedragen	15
6. Bepaling interne rendement met behulp van netto contante waarde; samenhang	16
7.1 Interne rentevoet en gemengde projecten; multiële rentevoet	18
7.2 Zuivere nonsimple projecten	23
7.3 Alternatieve selectiemethode voor nonsimple projecten	24
8. Slotbeschouwing	27

1. INLEIDING

De mate van winstgevendheid van een project of van projecten wordt bij de netto contante waarde methode en de annuïteitenmethode uitgedrukt in een absoluut bedrag. De uitkomsten worden niet gerelateerd aan het geïnvesteerde bedrag. Alleen de ncw-index methode doet dit wel, maar deze index geeft dikwijls geen nuttige nieuwe informatie, welke in het besluitvormingsproces van belang kan zijn¹⁾. Sommigen hebben daarom een voorkeur voor de methode van het interne rendement, die de winstgevendheid van een project uitdrukt in een rendementspercentage.

Men spreekt van het interne rendement van een project, omdat dit rendement onafhankelijk is van de vermogenskosten van de onderneming.

Het interne rendement van een project is de bruto rentabiliteit van een project, d.w.z. vóór aftrek van de vermogenskosten.

In tabel 1 zijn voor een aantal projecten het initiële investeringsbedrag en het interne rendement ter illustratie vermeld.

Tabel 1		
Project	Initieel investeringsbedrag	Interne rendement
A	500	20%
B	500	15%
C	1000	10%

Wanneer de vermogenskosten 12% bedragen, kan eenvoudig worden vastgesteld dat de winstgevendheid van C niet voldoende is en van A en B wel.

Op het eerste gezicht zou men kunnen veronderstellen, dat vastlegging van bijvoorbeeld 1000 in een project met een looptijd van x perioden een rendement oplevert van 10% per periode over het initiële investeringsbedrag van 1000. Dit is echter niet juist. Het is daarom gewenst eerst de definitie van het interne rendement te beschouwen.

1) Zie G. Rietkerk, De contante waarde methoden bij investeringsselectie, Researchmemorandum jan. 1983, Economische Faculteit Vrije Universiteit nr. 1983-2.

2. DEFINITIE EN CALCULATIE INTERNE RENDEMENT

Het interne rendement van een project is de winstvoet over het in het project opgesloten vermogen gedurende de economische levensduur. Het vastgelegde vermogen daalt naargelang in de loop der tijd uit de positieve kasoverschotten bedragen kunnen worden aangewend voor amortisatie van het initiële investeringsbedrag.

Daarentegen stijgt het in het project opgesloten vermogen wanneer kas tekorten optreden. De winstvoet is derhalve een percentage over het van periode tot periode variërende vermogen, waarop het project beslag legt.

De definitie van het interne rendement bevat dus (a) een tijddimensie, het tijdvak waarover het ir wordt berekend en (b) een hoeveelheidsdimensie, de (variërende) hoeveelheid vermogen, die in het project is opgesloten.

We zullen dit met een eenvoudig voorbeeld toelichten. Stel dat op t_0 een investeringsuitgave wordt gedaan van 7731. Het geïnvesteerde vermogen op t_0 , aangeduid met GV_0 , is derhalve 7731. Uit het project worden kasoverschotten verwacht per het einde van drie opeenvolgende perioden, waarna het project zal zijn beëindigd. Deze kasoverschotten zullen telkens 3000 bedragen ($K_1=K_2=K_3=3000$). Uit de kasoverschotten moet GV_0 worden terugverdiend. Zij bevatten dus een amortisatiecomponent, voorgesteld door het symbool A, en een winstcomponent, voorgesteld door R.

$$\sum_{t=1}^n R_t = \sum_{t=0}^n K_t = -7731 + 3000 + 3000 + 3000 = 1269 \quad (1)$$

R moet getransformeerd worden in een winstvoet, i, zodanig dat

$$i(GV_0 + GV_1 + GV_2) = 1269 \quad (2)$$

De juiste waarde van i moet met een zoekprocedure worden gevonden.

Daarbij moet worden voldaan aan de voorwaarden:

$$K_t = A_t + R_t \quad (t = 1, 2, 3) \quad (3)$$

$$\text{en } GV_0 = \sum_{t=1}^n A_t \quad (\text{idem}) \quad (4)$$

Wordt voor een bepaalde willekeurig gekozen waarde van i niet voldaan aan (4), dan herhaalt men de berekening met een andere waarde van i.

In tabel 2 volgt de berekeningsmethode, waarin we direct de juiste waarde van i gebruiken. Het percentage dat de winstvoet voorstelt, blijkt 0,08 te zijn.

Tabel 2 Overzicht van de winstcomponent (R) en de amortisatiecomponent (A) van de kasoverschotten bij de correcte waarde van i				
t	K_t	R_t	A_t	GV_t
0	-7731			7731
1	3000	619	2381	5350
2	3000	428	2572	2778
3	3000	222	2778	0
	$\sum_{t=0}^n K_t = 1269$	$\sum_{t=1}^n R_t = 1269$	$\sum_{t=1}^n A_t = 7731$	$\sum_{t=0}^{n-1} GV_t = 15.859$
($n = 3$)				

Toelichting:

Het kasoverschot op t_1 bedraagt 3000. Na aftrek van 8% van $GV_0 = 7731$ resteert van het kasoverschot 2381 voor amortisatie van het initiële investeringsbedrag. Het geïnvesteerde vermogen op t_1 , GV_1 , bedraagt dan nog 5350. Het kasoverschot op t_2 bedraagt wederom 3000. Na aftrek van 8% van GV_1 resteert 2572 van het kasoverschot voor amortisatie van het initiële investeringsbedrag. Het geïnvesteerde vermogen op t_2 , GV_2 , bedraagt dan nog slechts 2778. Dit bedrag kan precies geamortiseerd worden uit het kasoverschot van t_3 .

De waarde van GV_t op de verschillende tijdstippen hangt af van K_t en i ($t = 0, 1, \dots, n$).

Uit de tabel blijkt dat $\sum_{t=1}^n A_t = GV_0 = 7731$, zodat i de winstvoet is over het in het project vastgelegde vermogen. Uit (1) en (2) volgt

$$i \sum_{t=0}^{n-1} GV_t = \sum_{t=1}^n R_t$$

$$i = \frac{\sum_{t=1}^n R_t}{\sum_{t=0}^{n-1} GV_t} = \frac{1269}{15.859} = 0,08 \quad (5)$$

Wanneer het kasstrooppatroon zodanig is dat de investeringsuitgaven aan het begin plaatsvinden en later in de tijd uitsluitend kasoverschotten optreden (patroon bijv. - + + + of - - + +) kan aan de waarde

$\sum_{t=1}^n R_t$ of $\sum_{t=0}^n K_t$ direct worden gezien of het project een positief intern rendement zal opleveren (zie (1)) ¹⁾ Als deze grootheden positief zijn, is ook i positief. Als daarentegen deze grootheden negatief zijn, is het project in elk geval verliesgevend en kan men zich wellicht verdere moeite besparen.

Het project wordt aanvaardbaar geacht indien de winstvoet (i) $\geq$ vermogenskostenvoet (k). Als $i < k$ is het project niet aanvaardbaar.

De berekening van het interne rendement op deze wijze is een nogal tijdrovende aangelegenheid. Wanneer een investeringsuitgaaf wordt gevolgd door een reeks gelijke kasoverschotten kunnen we echter het interne rendement sneller vinden met behulp van de financiële rekenkunde.

Uit vgl. (1) en vgl. (5) volgt dat:

$$i \sum_{t=0}^{n-1} GV_t = \sum_{t=0}^n K_t \quad (6)$$

Uit tabel 2 blijkt dat

$$\begin{aligned} GV_1 &= GV_0 - (K_1 - i \cdot GV_0) \\ &= GV_0 (1+i) - K_1 \\ GV_2 &= GV_1 (1+i) - K_2 \\ &= [GV_0 (1+i) - K_1] (1+i) - K_2 \\ &= GV_0 (1+i)^2 - K_1 (1+i) - K_2 \\ GV_3 &= GV_2 (1+i) - K_3 \\ &= [GV_0 (1+i)^2 - K_1 (1+i) - K_2] (1+i) - K_3 \\ &= GV_0 (1+i)^3 - K_1 (1+i)^2 - K_2 (1+i) - K_3 = 0 \\ K_1 (1+i)^2 + K_2 (1+i) + K_3 &= GV_0 (1+i)^3 \end{aligned}$$

GV_0 is gelijk aan de investeringsuitgaaf. Stellen we hiervoor in de plaats het symbool I_0 dan ontstaat bij $n = 3$

$$\sum_{t=1}^n K_t (1+i)^{n-t} = I_0 (1+i)^n \quad (7)$$

Het interne rendement van een project kan rekenkundig dus ook worden gedefinieerd als de rentevoet waarbij de eindwaarde van de kasoverschotten gelijk is aan de eindwaarde van de investeringsuitgaaf. Beide eindwaarden moeten zijn berekend met dezelfde rentevoet.

1) Voorshands zullen wij projecten bespreken met genoemde patronen. In par. 7 zullen wij ook aandacht schenken aan andere kasstroomp Patronen.

Delen we in (7) linker- en rechterlid door $(1+i)^n$, dan verkrijgen wij:

$$\sum_{t=1}^n \frac{K_t}{(1+i)^t} = I_0 \quad (8)$$

Het interne rendement kan in de terminologie van de financiële rekenkunde worden gedefinieerd als de discontovoet waarbij de contante waarde van de toekomstige kasoverschotten gelijk is aan de investeringsuitgaaf ¹⁾

In (8) is i de onbekende. K_t , I en n zijn gegeven.

(8) toegepast op het eerder gebruikte cijfervoorbeeld geeft:

$$\frac{3000}{(1+i)} + \frac{3000}{(1+i)^2} + \frac{3000}{(1+i)^3} = 7731$$

$$K_t \cdot a_{\overline{n}|i} = I_0$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{I_0}{K_t} = \frac{7731}{3000} = 2,577$$

Door nu in de tabel van de contante waarde van een annuïteitenreeks bij $n = 3$ het getal 2,577 op te zoeken, vinden we dat $i = 0,08$. Deze snelle calculatiemethode is alléén toepasbaar indien de kasoverschotten een annuïteitenreeks vormen. Wanneer aan deze voorwaarde niet is voldaan, zal men óf met behulp van (5) óf met behulp van (8) het interne rendement op de omslachtige manier door "trial and error" moeten vinden.

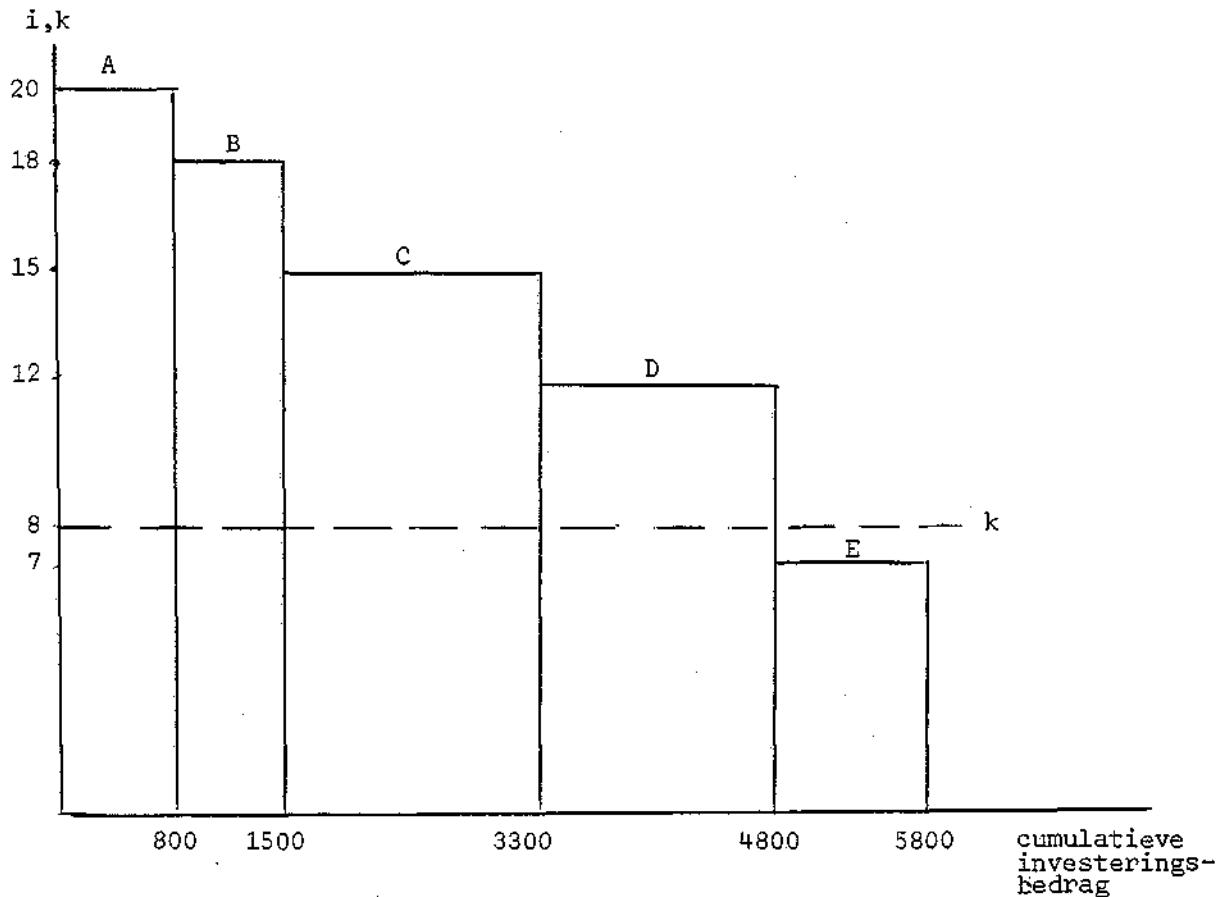
Het interne rendement kan worden geïnterpreteerd als de maximale rentevoet, die de onderneming zou kunnen betalen om het project te financieren. Zij maakt dan noch winst (na aftrek vermogenskosten) noch lijdt zij verlies op het project.

- 1) Deze definitie van het interne rendement komt overeen met Keynes' 'marginal efficiency of capital'. Keynes omschrijft de m.e.c. '...as being equal to that rate of discount which would make the present value of the series of annuities given by the returns expected from the capital-asset during its life just equal to its supply price'.
J.M. Keynes, The general theory of employment, interest and money, Londen 1970, p. 135.

3. RANGORDE VAN PROJECTEN

De mogelijke projecten kunnen worden gerangschikt naar hoogte van het interne rendement. De projecten komen voor uitvoering in aanmerking in volgorde van hoogste naar laagste ir . In feite zouden alle projecten waarvoor $i \geq k$ moeten worden uitgevoerd, maar hierop kunnen uitzonderingen bestaan. Projecten kunnen elkaar uitsluiten en de onderneming kan te maken hebben met een knelpuntfactor. Ter toelichting van de knelpuntfactor veronderstellen we dat een onderneming de in tabel 3 naar hoogte van ir gerangschikte economisch onafhankelijke projecten in portefeuille heeft. Voor een grafische weergave zie fig. 1.

Tabel 3			
Project	Initiële investering	ir	Rangorde
A	800	20%	1
B	700	18%	2
C	1800	15%	3
D	1500	12%	4
E	1000	7%	5



Figuur 1

Op de horizontale as is afgezet het gecumuleerde investeringsbedrag. Op de verticale as staat voor elk project het berekende i . Tevens is ingetekend de voor de onderneming geldende vermogenskostenvoet van 8%. Het is direct duidelijk dat E niet ter hand moet worden genomen, daar $i < k$. Er zijn dan nog aanvaardbare projecten tot een bedrag van 4800.

Stel dat de onderneming slechts 3000 voor investering beschikbaar kan stellen. In eerste instantie valt in elk geval de keus op de projecten A en B, waarmee 1500 van het beschikbare bedrag is besteed. De resterende 1500 is niet voldoende om het dan beste project C ter hand te nemen, maar is wel voldoende voor het daaropvolgende project D. Het voor investering beschikbare bedrag zal dus worden aangewend voor A, B en D.

4.1 VOORONDERSTELLINGEN VAN DE METHODE

Aan de ir-methode liggen impliciet enige vooronderstellingen ten grondslag, die in concrete beslissingssituaties op hun realiteitswaarde moeten worden onderzocht. De vooronderstellingen zijn:

1. Uit een project beschikbaar komende kasoverschotten worden geïnvesteerd tegen een opbrengstvoet, die gelijk is aan het interne rendement van het desbetreffende project ($r = i$).
2. Optredende kastekorten tijdens de looptijd van het project worden gedekt door voorbelegging tegen $r = i$.
3. Herinvestering van kasoverschotten moet onmiddellijk kunnen geschieden, zodra de bedragen beschikbaar zijn gekomen.

Deze vooronderstellingen verschillen van de vooronderstellingen van de cw-methode met betrekking tot de opbrengstvoet bij herinvestering en voorbelegging. Bij de cw-methode is $r = k$, waarbij k de vermogenskostenvoet is, en dit geldt voor alle projecten, doch bij de ir-methode is $r = i$ van het desbetreffende project. Een onderneming, die bijvoorbeeld tien projecten heeft met een verschillend intern rendement, zou volgens de ir-methode bij herinvestering van de kasoverschotten of bij voorbelegging van de kastekorten ook met tien verschillende opbrengstvoeten rekening moeten houden. Het zal duidelijk zijn dat dit een extra complicerende factor is bij de toepassing van de ir-methode. De methode staat daardoor formeel niet toe dat projecten met verschillende interne rendementen worden gecombineerd teneinde combinaties van projecten te vergelijken, hetgeen bij de cw-methode wel is toegestaan. We zullen de vooronderstellingen met voorbeelden toelichten.

ad 1: Stel een project vergt een investering van 1000 op t_0 en zal op t_1 en t_2 kasoverschotten opleveren van 1090 resp. 11. Met behulp van (7) kan worden berekend dat $i = 0,1$. Stel nu dat de opbrengstvoet bij herinvestering van K_t r bedraagt. Volgens deze laatste rekenkundige definitie van het interne rendement zou dan moeten gelden:

$$\sum_{t=1}^n K_t (1+r)^{n-t} = I_0 (1+i)^n$$

waarin $i = 0,1$ gegeven is. De enige waarde van r waarvoor de gelijkheid geldt, is $r = 0,1$. Aldus is aangetoond dat de ir-methode herinvestering van de kasoverschotten tegen een opbrengstvoet $r = i$ veronderstelt.

ad 2: We vergelijken twee projecten, die eenzelfde interne rendement opleveren, maar die een verschillend kasstrooppatroon hebben. De kasstrooppatronen van twee projecten verschillen wanneer de achter-eenvolgende kasoverschotten van één zelfde tijdstip een niet-constante factor verschillen.

Project	I_0	K_1	K_2	i
A	1000	0	+1440	0,2
B	100	-1080	+1440	0,2

K_2 is bij beide projecten hetzelfde bedrag. Indien beide projecten eenzelfde intern rendement hebben van 20% , moet een uitgaaf van 1000 op t_0 (A) gelijkwaardig zijn aan uitgaven van 100 op t_0 plus 1080 op t_1 (B). Deze gelijkwaardigheid kan alléén opgaan als het bedrag van 1080 een contante waarde per t_0 heeft van 900. Op t_0 moet dus een bedrag van 900 worden voorbelegd tegen een opbrengstvoet $r = 0,2$ teneinde op t_1 te zijn aangegroeid tot 1080.

ad 3: De derde impliciete vooronderstelling houdt in dat geen time lag zal optreden tussen het moment van beschikbaar komen der kasoverschotten en het moment van herinvestering. Van een project is bijvoorbeeld het volgende gegeven:

I_0	K_1	K_2	K_3
10.021	4757	4757	4757

Indien herinvestering zonder vertraging plaatsvindt, is het interne rendement 20% .

Nemen we vervolgens aan dat de kasoverschotten van t_1 en t_2 renteloos in kas blijven liggen, dan kunnen we de kasstromen herdateren:

I_0	K_1	K_2	K_3
10.021	0	0	14.271

Met (7) is het interne rendement als volgt te berekenen:

$$14.271 (1 + i)^{n-3} = 10.021 (1 + i)^n \quad (n = 3)$$

$$(1 + i)^3 = \frac{14.271}{10.021} = 1,4241094$$

$$i \approx 0,125$$

Het lagere interne rendement brengt het rendementsverlies tot uiting dat het gevolg is van de niet-directe herinvestering van de kasoverschotten. Wanneer men het interne rendement wil berekenen uitgaande van de momenten waarop de kasoverschotten optreden, zal voldaan moeten zijn aan de vooronderstelling van de prompte herinvestering.

4.2 AFWIJKING VAN DE VOORONDERSTELLING $r = i$

Niet altijd zal een ondernemingsleiding er in slagen om bij prompte herinvestering van de kasoverschotten een opbrengstvoet te behalen, die gelijk is aan het ir van het project dat de kasoverschotten heeft gegenereerd. Wanneer het desbetreffende project een zeer hoog ir zal opleveren, kunnen herinvesteringsmogelijkheden van gelijke winstgevendheidsgraad ontbreken.¹⁾ Aangezien de kasoverschotten veelal in de onderneming zullen worden geherinverteerd zou de verwachte rentabiliteit van de gehele onderneming een realistischer opbrengstvoet voor geherinverteerde kasoverschotten kunnen zijn.²⁾ Soms kan een onderneming vrijvallende kasoverschotten niet binnen de onderneming herinvesteren. Het is bijvoorbeeld mogelijk dat een onderneming door overheidsvoorschriften wordt belemmerd in haar vrije keus van herinvesteringsmogelijkheden. Men denke aan internationaal opererende ondernemingen met vestigingen in landen, die transfer van winsten beperken. Kasoverschotten van investeringsprojecten in zulke landen moeten dan vaak noodgedwongen in het gastland blijven in afwachting van het tijdstip dat transfer mogelijk zal zijn. Voorzover de gelden niet voor investering in het gastland worden aangewend, zal men ze doorgaans tijdelijk beleggen, bijvoorbeeld op de geldmarkt. Deze belegging levert meestal een laag effectief rendement op. Het verdient in zulke situaties aanbeveling de winstgevendheid te berekenen, rekening houdend met de werkelijke opbrengstvoet bij herinvestering van de kasoverschotten. Dit winstgevendheidspercentage, dat wij aanduiden met het symbool i^* , is de discontovoet waarbij de eindwaarde van de kasoverschotten berekend met de werkelijke opbrengstvoet gelijk is aan de eindwaarde van de investeringsuitgaaf, berekend met i^* .

1) Hetzelfde geldt inzake voorbeleggingsmogelijkheden.

2) Deze methode is ontwikkeld door Baldwin. Zie R. Baldwin, How to assess investment proposals, Harvard Business Review, mei-juni 1959.

$$\sum_{t=1}^n K_t (1 + r^*)^{n-t} = I_0 (1 + i^*)^n \quad (9)$$

Hierin is het linkerlid de gesommeerde eindwaarde van alle kasoverschotten per t_n bij een werkelijke opbrengstvoet van r^* ($r^* \neq i$). De te verklaren variabele i^* , die de gelijkheid (9) doet ontstaan, zal dus afwijken van de waarde van i , berekend met behulp van (7) of (8).

Daar i^* afwijkend van het ir -concept wordt berekend, kan aan i^* niet dezelfde economische betekenis worden verleend als aan i . De definitie waarin i wordt omschreven als de winstvoet over het van periode tot periode variërende vermogen, waarop het project beslag legt, is niet van toepassing op i^* .

Voorbeeld:

Stel een Nederlandse onderneming kan op t_0 in Ghana 1000 investeren in een project waaruit jaarlijks per de ultimo kasoverschotten worden verwacht van 320 ($K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = K_5 = 320$).

Volgens het concept van de ir -methode (zie vgl. (7)) bedraagt het ir van dit project 18%. Maar dan wordt aangenomen dat de kasoverschotten kunnen worden geherinvesteerd tegen 18%.

Stel nu, dat Ghana buitenlandse investeerders slechts transfer van gelden uit binnenlandse projecten toestaat vijf jaar na aanvang van het project. Dit betekent dat de kasoverschotten tot dat tijdstip tijdelijk in het gastland zullen moeten worden belegd. Laten wij aannemen dat uitzetting op de Ghanese geldmarkt tegen 4% per jaar mogelijk is. Wat is nu de winstgevendheid van het project als wij rekening houden met deze werkelijk te verkrijgen opbrengstvoet bij herinvestering?

Met behulp van (9) waarbij $n = 5$, kan i^* worden berekend.

$$320 (1,04)^4 + 320 (1,04)^3 + 320 (1,04)^2 + 320 (1,04) = 320 = 1000 (1 + i^*)^5$$

$$(1 + i^*)^5 = \frac{1733}{1000} = 1,733$$

$$(1 + i^*) = \sqrt[5]{1,733}$$

$$i^* = 0,11625$$

Het aldus berekende percentage van $11\frac{5}{8}\%$ geeft uiteraard een reëler beeld van de winstgevendheid van een investering van 1000 in Ghana dan het ir van 18%.

Vergelijking met alternatieve investeringsmogelijkheden dient uiteraard te geschieden op basis van i^* , terwijl de vraag of het project aanvaardbaar is, dient te worden beantwoord door vergelijking van i^* met k .

Als de kasstroompatronen of de levensduren van projecten verschillen en herinvesteren van kasoverschotten tegen een opbrengstvoet gelijk aan het interne rendement van het desbetreffende project niet mogelijk is, zal vergelijking en selectie van projecten op basis van het ir (berekend met (7) of (8)) eveneens tot onjuiste conclusies kunnen leiden. In die situaties moet (9) worden toegepast. Alléén wanneer de vooronderstellingen actueel geacht kunnen worden in de concrete beslissingssituaties zal het ir met (7) of (8) kunnen worden berekend.

Eerst zullen we de situatie van verschillende kasstroompatronen van twee projecten toelichten. De investeringsbedragen en de levensduren houden we in het volgende voorbeeld gelijk.

Van twee projecten met gelijke investeringsuitgaaf per t_0 is gegeven:

Project	I_0	K_1	K_2
A	1000	1050	55
B	1000	55	1150

Voor beide projecten is het ir , berekend met behulp van (7) 10%.

Als $k = 0,09$ zijn beide projecten aanvaardbaar en zou men bij het maken van een keuze indifferent zijn tussen A en B.

Stel nu dat herinvesteren van de kasoverschotten op t_1 slechts kan geschieden tegen $r^* = 0,04$ per periode. Daar niet wordt voldaan aan de voorwaarde dat herinvesteren moet kunnen geschieden tegen 10%, zal de winstvoet moeten worden berekend met behulp van (9), waarbij $n = 2$.

$$\begin{aligned} \text{Voor A: } 1050 \times 1,04 + 55 &= 1000 (1 + i^*)^2 \\ (1 + i^*)^2 &= \frac{1147}{1000} = 1,147 \\ i^* &= 0,071 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Voor B: } 55 \times 1,04 + 1150 &= 1000 (1 + i^*)^2 \\ (1 + i^*)^2 &= \frac{1207,2}{1000} = 1,2072 \\ i^* &= 0,099 \end{aligned}$$

Het blijkt nu dat bij $k = 0,09$ project A niet aanvaardbaar is, zodat slechts B voor uitvoering in aanmerking komt.

Eenzelfde calculatieprocedure dient men te volgen wanneer de economische levensduren van projecten verschillen en $r \neq i$.

Stel dat van twee projecten, die een gelijke investeringsuitgaaf per t_0 vergen, gegeven is:

Project	I_0	K_1	K_2
A	1000	1100	-
B	1000	55	1150

Project A heeft een levensduur van één periode en project B van twee perioden. Beide projecten hebben, berekend met (7) een ir van 10%. Als $k = 0,09$ zijn beide projecten aanvaardbaar en is men indifferent tussen beide projecten als een keuze moet worden gemaakt.

Stel nu dat herinvestering op t_1 slechts kan geschieden tegen een opbrengstvoet van 4% per periode ($r^* = 0,04$). In dat geval dient de winstvoet te worden berekend met (9) , waarbij $n = 2$. De uitkomsten, die de lezer desgewenst zelf zal kunnen narekenen, zijn: $i_A^* = 0,07$ en $i_B^* = 0,099$.

Bij $k = 0,09$ is A dus niet aanvaardbaar en komt slechts B voor uitvoering in aanmerking.

5. VERGELIJKING VAN PROJECTEN MET ONGELIJKE INVESTERINGSBEDRAGEN

Wanneer tussen elkaar uitsluitende projecten van verschillende omvang moet worden gekozen of uit mogelijke projecten van verschillende omvang een keuze moet worden gedaan in verband met beperkte beschikbaarheid van financieringsmiddelen kan selectie op basis van de hoogte van het interne rendement tot een foutieve keuze leiden.

Stel dat een onderneming twee projecten A en B bestudeert, die elkaar uitsluiten, en tevens slechts 1200 voor investering beschikbaar heeft. Van de projecten is het volgende gegeven:

Project	I_0	K_1	K_2	ir
A	1200	784	784	20%
B	800	555	555	25%

Bij een vermogenskostenvoet van 8% zijn beide projecten aanvaardbaar. Maar is B voor de onderneming beter dan A? Als B wordt genomen, houdt de onderneming 400 over. De investering of belegging van deze 400 noemen wij project C. Of de combinatie B + C gunstiger is dan A is afhankelijk van het ir van C.

De keuzebepaling kan geschieden met de techniek van de differentie-investering. Allereerst berekenen we het interne rendement van het verschilproject A minus B.

Verschilproject	I_0	K_1	K_2
A minus B	400	229	229

Het verschilproject - ontstaan door A opgesplitst te denken in een A1-deel, dat volkomen gelijk is ten aanzien van I_0 , K_1 en K_2 aan B, alsmede een A2-deel voor het restant van A - heeft een ir van 9,5%. Voor het deelproject A1 geldt $ir_{A1} = ir_B = 25\%$. Deelproject A2 vergelijken we nu met de aanwending van 400 voor een project C.

Indien $ir_{A2} > ir_C$, dan verdient A de voorkeur en indien $ir_{A2} < ir_C$, dan verdient B de voorkeur.

6. BEPALING INTERNE RENDEMENT MET BEHULP VAN NETTO CONTANTE

WAARDE; SAMENHANG

Voor een project waarvan de kasoverschotten niet een reeks gelijke bedragen vormen, is het berekenen van het ir met de hand een tijdrovende aangelegenheid. We vermeldde reeds dat men in dat geval door trial and error de juiste i in (3.6) moet zien te vinden. Dit was vooral vroeger een bezwaar van de ir-methode, maar tegenwoordig kan het ir met moderne rekenapparatuur in korte tijd worden berekend. Heeft men echter niet de beschikking over de geëigende rekenapparatuur, dan kan met behulp van de netto contante waarde de zoekprocedure naar het juiste ir-percentages worden bespoedigd. Men moet dan inzien dat de formules voor de berekening van de ncw en het ir in wezen dezelfde formules zijn. Slechts de onbekende, die moet worden opgelost, verschilt. De NCW wordt gedefinieerd als:

$$NCW = \sum_{t=0}^n \frac{K_t}{(1+k)^t}$$

waarin: K_0 = investeringsuitgaaf

K_1 t/m K_n = kasoverschotten op t_1 t/m t_n

k = vermogenskostenvoet

Volgens (8) wordt het interne rendement (i in de formule) gevonden uit de gelijkstelling

$$\sum_{t=1}^n \frac{K_t}{(1+i)^t} = I_0$$

waarin: I_0 = investeringsuitgaaf

K_1 t/m K_n = kasoverschotten op t_1 t/m t_n

Stellen we $I_0 = K_0$, dan ontstaat:

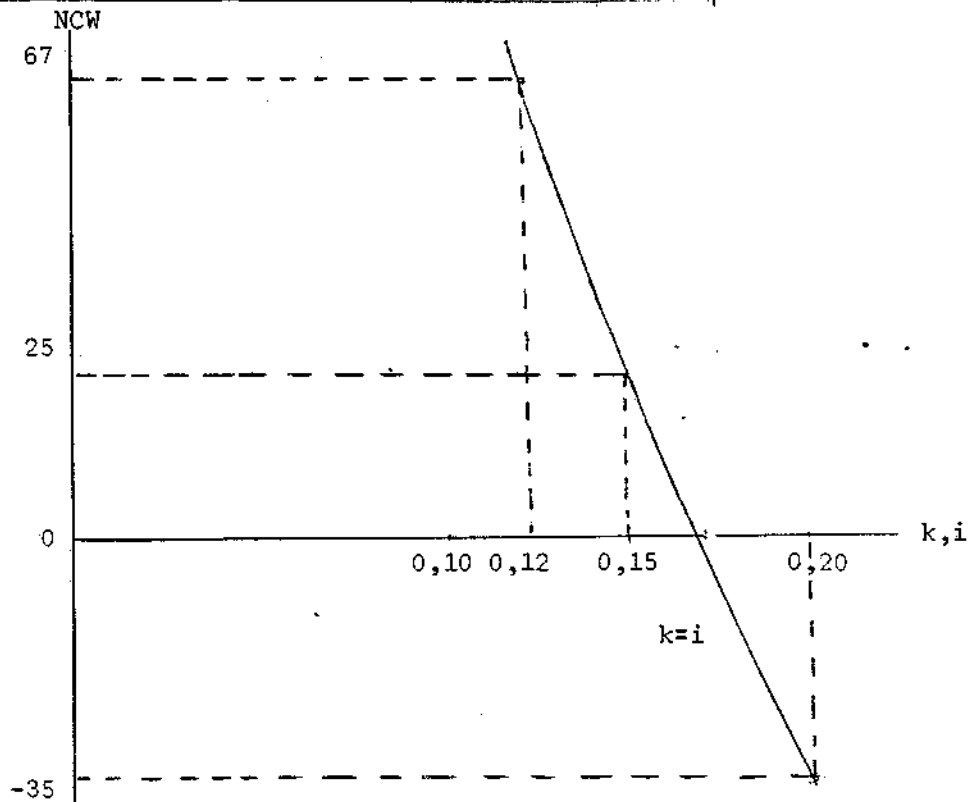
$$\sum_{t=0}^n \frac{K_t}{(1+i)^t} = 0 \quad (8a)$$

We kunnen nu concluderen dat als $ncw = 0$, $i = k$.

Door de netto contante waarde bij verschillende waarden voor k te berekenen en deze netto contante waarden als functie van k grafisch uit te zetten, kunnen we uit de hand een vloeiende curve trekken door de gevonden punten.

In de grafiek is dit gedaan voor een project met de volgende kenmerken:

I_0	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
500	100	200	100	300	100



Figuur 2

Door de netto contante waarde te berekenen voor resp. $k = 0,12$, $k = 0,15$ en $k = 0,20$ kunnen we uit de losse hand de curve trekken. Daar waar de curve de horizontale as snijdt, is $ncw = 0$. Grafisch kan worden afgelezen dat k in dit snijpunt $0,17$ bedraagt. Als $ncw = 0$, is $i = k$, zodat het ir van het project 17% belooft. Tevens kunnen we vaststellen dat als ncw positief is, $i > k$ en als ncw negatief is, $i < k$. In figuur 2 is dit gemakkelijk af te lezen. Een ncw van 25 wordt gerealiseerd als de vermogenskosten 15% en een ncw van -35 wordt gerealiseerd als de vermogenskosten 20% bedragen.

7.1 INTERNE RENTEVOET EN GEMENGDE PROJECTEN; MULTIPLE RENTEVOET

De projecten, die wij tot hier aan toe bestudeerden, werden alle gekenmerkt door een kasstroompatroon waarin na uitgaven uitsluitend netto ontvangsten optraden (kasstroompatroon bijv. - + + + of - - + + +). In het kasstroompatroon treedt één tekenwisseling op.

Naast projecten van dit eenvoudige type bestaan er projecten waarbij na investeringsuitgaven kasoverschotten optreden, dan een kastekort en vervolgens weer kasoverschotten. Dit patroon kan men bijvoorbeeld aantreffen bij kapitaalgoederen, die periodiek groot onderhoud behoeven, zoals een schip dat enige tijd in dok moet. Ook zijn er projecten, die na de investeringsuitgaven kasoverschotten opleveren, behalve aan het einde van de economische levensduur wanneer grote uitgaven noodzakelijk zijn voor bijvoorbeeld sloop of voor herstel van het landschap bij afgravingen in de extractieve industrie. Men kan dus ook kasstroompatronen - + + - + + of - + + + + - aantreffen.

Projecten met kasstroompatronen van het eerstgenoemde type noemden Teichroew, Robichek en Montalbano (TRM), die over de hier aan de orde zijnde problematiek een beroemd geworden artikel hebben geschreven, 'simple' projecten.¹⁾ Voor simple projecten leiden ncw-methode en ir-methode tot eenzelfde antwoord op de vraag of een project aanvaardbaar is (zie vorige paragraaf).

Projecten met een kasstroompatroon van het tweede type, waarbij kasuitgaven niet beperkt zijn tot de aanlooperperiode, noemden TRM 'nonsimple' projecten.²⁾ Voor nonsimple projecten kunnen ncw-methode en ir-methode tot een tegengesteld antwoord komen op de vraag of een project aanvaardbaar is. Bovendien speelt het probleem dat verschillende waarden voor i de gelijkheid (8) kunnen doen ontstaan, hier een complicerende rol.

Het verschijnsel van méér dan één i per project kunnen wij toelichten aan de hand van het uit de literatuur bekende oliepompproject.³⁾

¹⁾ D. Teichroew, A.A. Robichek en M. Montalbano, Mathematical analysis of rates of return under certainty, Management Science januari 1965.

²⁾ Simple en nonsimple worden in het Nederlands wel vertaald door conventionele en niet-conventionele of door enkelvoudige en niet-enkelvoudige.

³⁾ Zie J.H. Lorie & L.J. Savage, Three problems in rationing capital, Journal of Business, oktober 1955 en Ezra Solomon, The arithmetic of capital budgeting decisions, Journal of Business april 1956.

Dit project veroorzaakt de volgende kasstromen:

K_0	K_1	K_2
-1600	10.000	-10.000

Het ir van dit project wordt gevonden door oplossing van de volgende vergelijking, die is gebaseerd op (8).

$$-1600 + \frac{10.000}{1+i} - \frac{10.000}{(1+i)^2} = 0$$

Dit is een tweede graadsvergelijking waarvan de wortels algebraïsch kunnen worden bepaald.

Stel $\frac{1}{1+i} = x$, waardoor de volgende vergelijking ontstaat:

$$-1600 + 10.000 x - 10.000 x^2 = 0$$

Delen door -10.000 $\longrightarrow$

$$x^2 - x + 0,16 = 0$$

$$(x - 0,8)(x - 0,2) = 0$$

$$x_1 = 0,8 \text{ en } x_2 = 0,2$$

Daar $\frac{1}{1+i} = x$, is $i = \frac{1}{x} - 1$

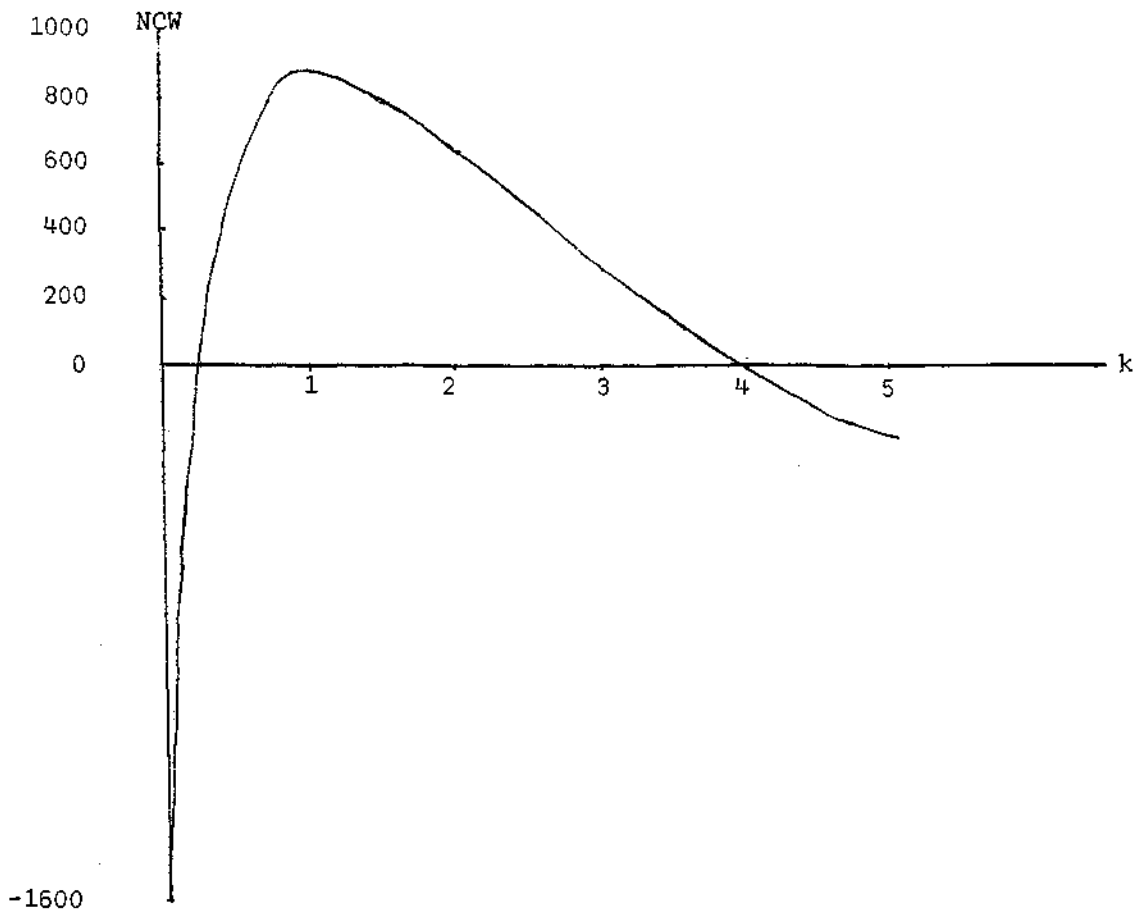
$$i_1 = \frac{1}{0,8} - 1 = 0,25$$

$$i_2 = \frac{1}{0,2} - 1 = 4,00$$

Het project heeft twee waarden voor i , die voldoen. ¹⁾ Het ir is dus zowel 25% als 400%. Wanneer de vermogenskosten van de onderneming $\leq 25\%$ zijn, zou het project volgens de ir-methode in elk geval aanvaardbaar zijn.

Wanneer men de ncw van dit project berekent voor uiteenlopende waarden van k , hetgeen grafisch is weergegeven in fig. 3., blijkt inderdaad $ncw = 0$ te worden gerealiseerd voor $k = 0,25$ en $k = 4,00$, overeenkomend met interne rendementen van 25% en 400%, doch het project blijkt volgens de ncw-methode slechts aanvaardbaar te zijn als $0,25 \leq k \leq 4,00$.

1) In het algemeen gesteld heeft een n -de graads vergelijking n wortels. Deze algemene eigenschap geldt ook voor simple projecten. Een investeringsproject met bijv. een uitgaaf op t_0 van 1000 en kasoverschotten van resp. 1000 op t_1 en 110 op t_2 heeft, ²⁾ geschreven als een 2de graads vergelijking, twee wortels. Het interne rendement bedraagt zowel -110% als 10%. Daar $\sum_{t=0}^n K_t > 0$ is, kunnen we direkt vaststellen dat alléén de positieve wortel economische betekenis heeft. De negatieve wortel is niet relevant. Bij nonsimple projecten kunnen we echter niet dadelijk constateren of en welke wortel(s) economisch relevant is (zijn).



Figuur 3. ncw als functie van k.

Volgens de ncw-methode moet het project worden afgewezen indien $k < 0,25$. Wanneer k bijvoorbeeld 0,10 bedraagt, is de ncw gelijk aan -774.

Ncw-methode en ir-methode geven voor nonsimple projecten niet altijd een gelijkkluidend antwoord op de vraag of het project aanvaardbaar is. De oorzaak van de divergentie is gelegen in het karakter van het project. Een project met het gereleveerde kasstroompatroon is geen zuiver investeringsproject. Op t_1 heeft het project het investeringsbedrag terugverdiend en staat een bedrag af aan de onderneming. Later, op t_2 moet echter weer vermogen in het project worden gestoken. Het afgestane bedrag kan hiervoor worden aangewend. Dit bedrag ontvangt de onderneming eigenlijk te leen voor de periode t_1-t_2 teneinde te kunnen voorzien in het kastekort op t_2 . Het project heeft hierdoor deels het karakter van een financieringsproject gekregen en is dus niet langer een zuiver investeringsproject. We spreken van een gemengd project. De ir-methode houdt geen rekening met het dualistische karakter van een gemengd project; het berekende ir of de berekende ir's zijn van toepassing op de kasstromen, die samenhangen met de investering én op de kasstromen, die samenhangen met de financiering. We zullen dit toelichten aan de hand van een tabellarisch overzicht van de amortisatie met waarden voor ir van 25% en 400%.

Tabel 4.		
ir	25%	400%
$GV_0 = K_0$	-1.600	-1.600
Rente	- 400	-6.400
	-2.000	-8.000
K_1	10.000	10.000
GV_1	8.000	2.000
Rente	2.000	8.000
	10.000	10.000
K_2	-10.000	-10.000
GV_2	0	0

Op t_0 bedraagt het geïnvesteerde vermogen, GV_0 , 1600. Over dit geïnvesteerd vermogen wordt in de ir-methode een rente van 25% resp. 400% gecalculleerd. Vervolgens wordt het kasoverschot van 10.000 in mindering gebracht. Na deze mutatie bedraagt bij $ir = 25\%$ GV_1 8000. M.a.w. vanaf t_1 is geen vermogen meer in het project opgesloten, maar heeft het project naast rente per saldo 8000 vermogen aan de onderneming beschikbaar gesteld. Deze 8000 wordt verondersteld te kunnen worden belegd of geherinvesteerd tegen wederom 25% en levert dus één periode later op t_2 een rente op van 2000. Aangezien $K_2 = -10.000$ is de door het project aan de onderneming geleende 8000 tezamen met genoemd rente-inkomen van 2000 juist voldoende om het kastekort van 10.000 te dekken. Eenzelfde redenering geldt voor $ir = 400\%$.

Volgens de definitie van ir is het ir de winstvoet over het in het project vastgelegde (variërende) vermogen. In de tabel is daarom 25% rente over 1600 genomen. Een vooronderstelling van de ir-methode is dat optredende kastekorten worden gedekt door voorbelegging tegen een opbrengstvoet, die gelijk is aan het ir. Ook dit zien we in tabel 4. Het kastekort van 10.000 per t_2 is gedekt door voorbelegging van 8000 op t_1 tegen 25%. Er is dus volledig voldaan aan zowel de definitie als de voorbeleggingsveronderstelling van de ir-methode.

De tegenstrijdige aanbevelingen van de ncw-methode en de ir-methode zijn niet het gevolg van een methodefout. Het probleem schuilt in de veronderstelde opbrengstvoet van de lening van het project aan de onderneming. De onderneming zou volgens de ir-methode aan het project op de lening een rente vergoeden van 25% resp. 400%. Stel dat de onderneming op de vermogensmarkt vermogen kan aantrekken tegen een kostenvoet van 10%. Is het dan realistisch op de lening van het project een zo hoge rente van 25% of 400%

te vergoeden? Aangezien de onderneming een bedrag van 8000 resp. 2000 op t_1 van het in gebruik zijnde vermogen kan aflossen, waardoor 10% rentekosten worden bespaard, zal een opbrengstvoet op de lening van het project van 10% een realistisch percentage zijn. Opbrengstvoeten van 25% resp. 400% hebben bij $k = 0,10$ geen economische betekenis. Dientengevolge heeft ook een i van 25% resp. 400% geen economische betekenis. Slechts wanneer de vermogenskostenvoet van de onderneming precies 25% resp. 400% bedraagt en dus een opbrengstvoet op de lening van het project van gelijke percentages redelijk is, heeft het i economische betekenis. Ncw-methode en i -methode achten dan beide bij $k = 0,25$ en $k = 4,00$ het project marginaal aanvaardbaar. Zodra $k \neq 0,25$ of $k \neq 4,00$ lopen de aanbevelingen van beide methoden uiteen. Wanneer men in het laatste geval de alternatieve vermogenskostenvoet van de onderneming als opbrengstvoet van de lening gaat incalculeren, zal de berekende winstvoet van het project afhankelijk worden van k . Derhalve mag de aldus berekende winstvoet niet worden aangeduid als het interne rendement van het project. De winstvoet is immers slechts een intern rendement als zij onafhankelijk is van k .

De conclusie moet luiden dat voor gemengde projecten in situaties waarin $i \neq k$ mechanische toepassing van de i -methode niet op zijn plaats is. De i -methode faalt meestal voor de beantwoording van de vraag of een gemengd project aanvaardbaar is..

Bij een gemengd project kan mechanische toepassing van de i -methode méér dan één interne rentevoet opleveren. Het is echter geen wetmatigheid. Gemengde projecten kunnen ook één interne rentevoet hebben, zoals uit het volgende voorbeeld zal blijken.

	K_0	K_1	K_2
Kasstromen	-1000	4000	-4000

Het interne rendement bedraagt 100%. ¹⁾ Een multipele rentevoet is dus géén algemene eigenschap van een gemengd project.

¹⁾ Algebraïsch opgelost.

$$-1000 + \frac{4000}{(1+i)} - \frac{4000}{(1+i)^2} = 0$$

Stel $1/(1+i) = x \longrightarrow$

$$-1000 + 4000x - 4000x^2 = 0$$

Delen door -4000 $\longrightarrow$

$$x^2 - x + 0,25 = 0$$

$$x_{1,2} = 0,5$$

Daar $i = 1/x - 1 \longrightarrow$

$$i_{1,2} = 1/0,5 - 1 = 1$$

7.2 ZUIVERE NON-SIMPLE PROJECTEN

Het optreden van één of meer negatieve kasstromen na positieve bestempelt een project tot een nonsimple project. Wanneer bovendien sprake is van een dualistisch project, hebben we te maken met een gemengd project. Er zijn evenwel ook projecten, die weliswaar nonsimple van aard zijn, doch niet dualistisch. Aan de kasstromen in het volgende voorbeeld ¹⁾ kan men op het eerste gezicht zien dat op het tijdstip waarop het kastekort optreedt de voorafgaande kasoverschotten niet voldoende waren om het investeringsbedrag terug te verdienen, zodat op t_4 nog steeds sprake is van een zuiver investeringsproject.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
Kasstromen	-4100	1000	1000	1000	-1000	3140

We spreken in zo'n geval van een zuiver nonsimple project. Evenals voor simple projecten, die altijd zuivere investeringsprojecten zijn, zal men ook voor een zuiver nonsimple project slechts één interne rentevoet vinden, welke in dit voorbeeld 7% bedraagt.

Wij vermeldde reeds dat ncw-methode en ir-methode voor simple projecten tot hetzelfde antwoord kwamen op de vraag of een project aanvaardbaar is. Deze overeenstemming is ook aanwezig voor zuivere nonsimple projecten. Onze aanvankelijke uitspraak kan daarom worden verruimd: voor alle zuivere investeringen komen ncw-methode en ir-methode tot eenzelfde selectieantwoord. De overeenstemming tussen beide methoden geldt alléén niet voor gemengde projecten.²⁾ Dit komt doordat de met de ir-methode gevonden waarde(n) van i voor gemengde projecten meestal niet als een correcte maatstaf voor de winstgevendheid kan (kunnen) worden beschouwd. De ir-methode dient daarom niet te worden toegepast op gemengde projecten. Voor de selectie van gemengde projecten gebruike men bij voorkeur de ncw-methode of eventueel de hierna nog te bespreken 'extended yield' methode.

¹⁾ Voorbeeld ontleend aan J.C.T. Mao, Quantitative analysis of financial decisions, Londen 1971, p. 203.

²⁾ Een gemengd project is steeds een nonsimple project, zodat we het adjectief 'nonsimple' kunnen weglaten.

7.3 ALTERNATIEVE SELECTIEMETHODE VOOR NONSIMPLE PROJECTEN

Voor zuivere nonsimple projecten kan toepassing van de ir-methode echter ook op bezwaren stuiten. In het laatste voorbeeld in de vorige paragraaf treedt op t_4 een kastekort op van 1000. De ir-methode veronderstelt dat dit tekort door voorbelegging tegen een opbrengstvoet gelijk aan het interne rendement ($r = i$) zal worden gedekt. In dat geval dient op t_3 van het alsdan te ontvangen kasoverschot een bedrag van $1000/(1 + 0,07) = 935$ (afgerond) te worden belegd voor één periode teneinde in het kastekort van t_4 te kunnen voorzien. Men mag de kasstromen dan herschikken op de volgende wijze:

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
Oorspronkelijke kasstromen	-4100	1000	1000	1000	-1000	3140
Herschikte kasstromen	-4100	1000	1000	65	0	3140

Wanneer men het ir berekent op basis van de herschikte kasstromen, komt men als logische consequentie van de gebruikte vooronderstelling weer tot een ir van 7%.

In de realiteit zal de mogelijkheid van voorbelegging tegen $r = i$ hoogst toevallig zijn. Ten laste van het kasoverschot op t_3 kan de leiding bijv. een bedrag voor één periode op de vermogensmarkt beleggen, zodanig dat op t_4 1000 beschikbaar is. Deze voorbelegging kan ook zó geëffectueerd worden dat de leiding het ondernemingsvermogen gedurende één periode ten laste van het kasoverschot op t_3 reduceert met een bedrag, dat tezamen met de uitgespaarde vermogenskosten voldoende is om het kastekort te dekken. De werkelijke opbrengstvoet van dit "voorbelegde" bedrag kan dus het beste gesteld worden op de vermogenskostenvoet van de onderneming. Het zgn. voor te beleggen bedrag kan worden gesteld op de contante waarde van het verwachte tekort, waarbij k als kapitalisatievoet wordt gebruikt. Deze k is dus een exogeen gegeven. De methode waarbij de contante waarde van het voor te beleggen bedrag wordt bepaald met behulp van k staat bekend als de 'extended yield' methode.¹⁾ We zullen deze methode toelichten aan de hand van een voorbeeld, dat iets gecompliceerder is dan het voorafgaande voorbeeld.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
Kasstromen	-4277	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	-2000

Vanwege het kasstrooppatroon is dit een nonsimple project.

¹⁾ A.J. Merrett & A. Sykes, The finance and analysis of capital projects, Londen 1973, p. 135.

Het ir van dit project bedraagt 15%. Stel dat de vermogenskostenvoet van de onderneming 7% belooft. De onderneming zal dan voor het met het oog op het kastekort van t_{10} vóór te beleggen vermogen rekening houden met een alternatieve opbrengstvoet, die gelijk is aan de vermogenskostenvoet van 7%.

In de extended yield methode wordt de contante waarde van het kastekort van t_{10} gekapitaliseerd tegen $k = 0,07$, in mindering gebracht van het kasoverschot van t_9 . Mocht daardoor K_9 negatief worden, dan brengt men wederom door discontering tegen $k = 0,07$ dit bedrag in mindering van K_8 en dit gaat zolang door totdat het kastekort volledig is geabsorbeerd door het voorafgaande kasoverschot.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
Aangepaste kasstromen	-4277	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	-869 ^a	-
idem	-4277	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	188 ^b	-	-

$$a) -869 = 1000 - \frac{2000}{1 + 0,07}$$

$$b) 188 = 1000 - \frac{869}{1 + 0,07}$$

In de laatste regel van de tabel resteren nog slechts positieve kasstromen.

De gedachte achter deze methode kunnen wij zó interpreteren dat de ondernemingsleiding het kastekort van t_{10} ziet aankomen en daarop anticipeert door de direkt voorafgaande kasoverschotten aan te wenden voor een tijdelijke reductie van het ondernemingsvermogen. In dit voorbeeld wordt ten laste van K_9 1000 en ten laste van K_8 812 aangewend voor tijdelijke terugbrengin van het ondernemingsvermogen voor resp. één periode en twee perioden. De eindwaarde van deze bedragen per t_{10} op basis van de alternatieve opbrengstvoet van $k = 0,07$ belooft $1000 \times 1,07 + 812 \times (1,07)^2 = 2000$.

Het laatste aangepaste kasstroompatroon toont nu een simple project met een levensduur van 8 perioden. De extended yield methode hervormt nonsimple projecten tot simple projecten. De winstvoet is 14,6%. Door vergelijking met k stelt men vast dat het project aanvaardbaar is.

De winstvoet volgens de extended yield methode is afhankelijk van k en mag dus niet als een intern rendement worden beschouwd.

SAMENVATTING. Simple projecten hebben een kasstroompatroon waarbij na uitgaven uitsluitend ontvangsten optreden. Het zijn steeds zuivere investeringen.

Als $\sum_{t=0}^n K_t > 0$ is, wordt steeds één positieve interne rentevoet gevonden.

Nonsimple projecten hebben een kasstroompatroon waarin meer dan één tekenwisseling optreedt doordat na investeringsuitgaven en daarop volgende ontvangsten wederom uitgaven plaatsvinden, eventueel weer gevolgd door ontvangsten. Nonsimple projecten kunnen zuivere investeringen zijn. Nonsimple projecten kunnen ook een gemengd karakter hebben. Bij deze gemengde projecten kan men één of meer dan één interne rentevoet vinden, waaraan echter - als $i \neq k$ - geen economische betekenis kan worden gehecht.

8. SLOTBESCHOUWING

Het uitdrukken van de mate van winstgevendheid van een investeringsproject in een rentabiliteitspercentage, zoals de ir-methode doet, heeft intuïtief een zekere aantrekkelijkheid. In de voorafgaande paragrafen hebben we evenwel een aantal belangrijke beperkingen van de ir-methode de revue moeten laten passeren.

In de eerste plaats zijn er de beperkingen, die voortvloeien uit de vooronderstellingen van de methode. We noemen de vooronderstellingen van herinvestering en voorbelegging tegen een opbrengstvoet gelijk aan het ir van het desbetreffende project. Afwijkingen van deze vooronderstellingen noodzaken tot een aanpassing van de ir-methode, bijvoorbeeld op de door Baldwin ontwikkelde wijze.

In de tweede plaats veronachtzaamt de ir-methode de schaal der projecten. Dit klinkt paradoxaal, omdat het ir wordt uitgedrukt als een percentage van het vermogensbeslag. Het is echter niet een percentage van het initiële investeringsbedrag, doch van het van periode tot periode variërende vermogen, dat in een project is gebonden. Hierdoor wordt vergelijking van de schaal der projecten bemoeilijkt. Zelfs wanneer men met één-periode projecten te maken zou hebben en het vermogensbeslag constant kan worden geacht tijdens de ene periode, geven de berekende interne rendementen dikwijls geen duidelijk inzicht in de betekenis van een project voor de winst van de gehele onderneming. Een eenvoudig voorbeeld ter illustratie.

Stel er zijn twee één-periode projecten met de volgende kasstromen, waarvan er één dient te worden uitgevoerd.

Project	K_0	K_1	ir
A	-100	140	40%
B	-200	260	30%

Project A is in verhouding tot het te investeren bedrag het meest rendabel volgens de ir-methode. Maar project B doet de winst van de onderneming het meeste toenemen. Als de doelstelling van de ondernemingsleiding is de waarde van de onderneming te maximaliseren, hetgeen neerkomt op maximalisatie van de contante waarde van de winst, is project B het meest aantrekkelijk. De contante waarde van de winst van B is immers hoger dan van A. De cw-methode zou hier direkt de juiste voorkeur hebben bepaald.

In de derde plaats is de ir-methode niet toepasbaar op gemengde projecten, en voor nonsimple projecten, waarbij niet aan de vooronderstelling van voorbelegging tegen $r = i$ kan worden voldaan, is het berekende ir mislei-

dend en kan beter met behulp van de extended yield methode de winstvoet worden bepaald.

De ir-methode leent zich bepaaldelijk niet voor mechanische toepassing. Men zal zich telkens rekenschap moeten geven van de beperkingen der methode en zonodig aanpassingen dienen te verrichten, alvorens conclusies te trekken.

Een bezwaar van de ir-methode is tenslotte nog dat het ir met één waarde van k , de vermogenskostenvoet, moet worden vergeleken. Wanneer men fluctuaties in de toekomstige vermogenskosten verwacht, zou men het ir moeten vergelijken met een gemiddelde van de vermogenskostenvoet in de opeenvolgende perioden tijdens de looptijd van het project. Dit gemiddelde dient een gewogen gemiddelde te zijn, waarbij de per periode geïnvesteerde bedragen in het project als gewichten fungeren. In vergelijking met de cw-methode vereist dit extra rekenwerk.

Literatuur

1. A.A.Alchian, The rate of interest, Fisher's rate of return over costs and Keynes' internal rate of return, The American Economic Review december 1955.
2. R.Baldwin, How to assess investment proposals, Harvard Business Review mei/juni 1959.
3. Ch.Christenson, Capital budgeting and long-range planning, in: Progress in operations research (red. D.B.Hertz & R.T.Eddison), New York 1964.
4. J.Dean, Capital budgeting, New York 1951.
5. A.Herbst, The unique, real internal rate of return: caveat emptor!, Journal of Financial and Quantitative analysis juni 1978.
6. J.Hirshleifer, On the theory of optimal investment decision, The Journal of Political economy augustus 1958.
7. J.H.Lorie en L.J.Savage, Three problems in rationing capital, Journal of Business oktober 1955.
8. J.C.T.Mao, An analysis of criteria for investment and financing decisions under certainty: a comment, Management Science november 1966.
9. J.C.T.Mao, Quantitative analysis of financial decisions, Londen 1971.
10. A.J.Merret en A.Sykes, The finance and analysis of capital projects, Londen 1973.
11. G.G.J.M.Poeth en B.M.S.van Praag, De toepassing van het interne rentevoet-criterium en zijn relatie tot de paybacktijd, Maandblad voor Accountancy en Bedrijfshuishoudkunde december 1972.
12. N.L.Ruizendaal, De interne rentevoet, Maandblad voor Accountancy en Bedrijfshuishoudkunde februari 1969.
13. C.F.Scheffer, Aantekening n.a.v. Ruizendaal's artikel over de interne rentevoet, Maandblad voor Accountancy en Bedrijfshuishoudkunde juli 1970.
14. E.Solomon, The arithmetic of capital budgeting decisions, Journal of Business april 1956.
15. D.Teichroew, A.A.Robichek en M.Montalbano, Mathematical analysis of rates of returns under certainty, Management Science januari 1965.
16. idem, An analysis of criteria for investment and financing decisions under certainty, Management Science november 1965.

Serie Research Memoranda

1980-1	P. Nijkamp and H. Voogd jan.	New Multicriteria Methods for Physical Planning by Means of Multidimensional Scaling Techniques
1980-2	Hidde P. Smit	Medium- and Long-Term Models for the Escap- Region - A Review of existing models and a proposal for a new model system -
1980-3	P.v. Dijck en H.Verbruggen april	Productive Employment in Developing Countries' Exporting Industries
1980-4	P. Nijkamp and L. Hordijk	Integrated Approaches to Regional Development Models; A survey of some Western European Models
1980-5	P. Nijkamp	Soft Econometric Models; An Analysis of Regional Income Determinants
1980-6	P. Nijkamp and F.van Dijk	Analysis of Conflicts in Dynamical Environ- mental Systems via Catastrophe Theory
1980-7	E. Vogelvang juni	A short term econometric model for the Consumer demand of roasted Coffee in The Netherlands
1980-8	N.van Hulst	De effectiviteit van de geleide loonpolitiek in Nederland
1980-9	P. Nijkamp okt.	A survey of Dutch integrated Energy- Environmental-Economic Policy Models
1980-10	P. Nijkamp	Perspectives for Urban Analyses and Policies
1980-11	P. Nijkamp	New developments in Multidimensional geographical data and Policy analysis
1980-12	F.C. Palm, E. Vogelvang and D.A. Kodde	Efficient Estimation of the Geometric Distributed Lag Model; some Monte Carlo Results on Small Sample Properties
1981-1	E. Vogelvang jan.	A quarterly econometric model for the Price Formation of Coffee on the world market
1981-2	Hidde P. Smit	Demand and Supply of natural Rubber, Part I
1981-3	R. Vos	The political Economy of the Republic of Korea; A proposal for a model framework of an open economy in the Escap-region, with emphasis on the role of the State
1981-4	F.C. Palm	Structural Econometric Modeling and Time Series Analysis - Towards an Integrated Approach
1981-5	P. Nijkamp in co-op. with H.van Handenhoven and R. Janssen	Urban Impact Analysis in a Spatial Context: Methodology and Case Study
1981.6	R. Ruben	Primaire exporten en economische ontwikkeling
1981-7 maart	D.A. Kodde	Het genereren en evalueren van voorspellingen van omzet en netto winst: een toegepast kwantitatieve benadering
1981-8	B. Out	Financiële vraagstukken onder onzekerheid
1981-9	P.van Dijck and H.Verbruggen	A Constant-Market-Shares Analysis of ASEAN Manufactured Exports to the European Community